CORRECTION

Exercice 1 : Missions sur la Lune (13,5 points)

Partie A : Chute libre sur la Lune

système {marteau} de masse m assimilé à son centre de masse noté M
référentiel lunaire supposé galiléen associé au repère (Oy)

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer la coordonnée a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse du marteau suivant l'axe Oy.

Le mouvement est vertical suivant l'axe (Oy) donc toutes les composantes suivants x et z sont nulles

champ de pesanteur lunaire $\overrightarrow{g_L}$ supposé uniforme

$$\overrightarrow{g_L}(g_{Ly} = -g_L)$$

Bilan des forces extérieures s'exerçant sur le système :

- le poids $\vec{P} = m \times \overrightarrow{g_L}$

D'après la 2e loi de Newton,

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{P} = m \times \vec{a}(t)$$

$$m \times \overrightarrow{g_L} = m \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \overrightarrow{g_L}$$

Donc

$$\vec{a}(t)(a_y(t) = g_{Ly} = -g_L)$$

2. Déterminer l'expression littérale de l'équation horaire y(t) de la position du centre de masse du marteau au cours du mouvement.

À t = 0 s, le marteau se trouve à 1,43 m du sol et a une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ verticale, dirigée vers le bas.

$$\overrightarrow{OM_0}(y_0 = h = 1{,}43 \text{ m}) \text{ et } \overrightarrow{v_0}(v_{0y} = -v_0)$$

Par définition, $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$

On **cherche la primitive** de la composante de $\vec{a}(t)$

$$\vec{v}(t)(v_y(t) = -g_L \times t + C_1)$$

On se place à t = 0 s et on utilise les conditions initiales du vecteur vitesse.

$$\vec{v}(t=0) = \overrightarrow{v_0}(v_y(t=0) = C_1 = -v_0)$$

On en déduit que :

$$\vec{v}(t)(v_y(t) = -g_L \times t - v_0)$$

Par définition, $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$

On **cherche les primitives** des composantes de $\vec{v}(t)$

$$\overrightarrow{OM}(t)\left(y(t) = -\frac{1}{2} \times g_L \times t^2 - v_0 \times t + C_2\right)$$

On se place à t = 0 s et on utilise les conditions initiales du vecteur position.

$$\overrightarrow{OM}(t=0) = \overrightarrow{OM_0} \ (y(t=0) = C_2 = h)$$

On en déduit que :

$$\overrightarrow{OM}(t)\left(y(t) = -\frac{1}{2} \times g_L \times t^2 - v_0 \times t + H\right)$$

3. Montrer que la modélisation graphique est en accord avec l'équation horaire y(t) de la question 2.
La modélisation de la courbe y = f(t) représentant l'évolution temporelle des positions est une parabole d'équation :
y (t) = -0,865 t^2 – 0,15 t + 1,43

L'équation horaire de la question 2 permet d'écrire :
y (t) = -0,81 t^2 – v_0 t + 1,43

C'est donc en accord car $A = -\frac{1}{2}g_L, B = -v_0$ et $C = 1{,}43$

4. À l'aide de l'équation de la modélisation, déterminer le temps de chute du marteau sur la Lune.

Le marteau touche le sol lorsque y(t) = 0 m soit

$$-0{,}865 \times t^2 - 0{,}15 \times t + 1{,}43 = 0$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré. Avec le solveur d'équation de la calculatrice, on trouve les deux racines.

$$t_1 = -1{,}375\ s \quad et \quad t_2 = 1{,}20\ s$$

Le marteau touche le sol après son lâcher donc t > 0, soit à t = 1,20 s.

5. Comparer le temps de chute du marteau sur la Terre à celui obtenu sur la Lune. Justifier sans calcul.

L'intensité de pesanteur terrestre est supérieure à celle de la Lune donc l'accélération sera plus grande sur Terre que sur la Lune. On peut donc en déduire que le temps de chute sur Terre sera inférieur à celui sur la Lune.

Partie B : Mouvement du vaisseau Apollo 11 autour de la Lune
système {vaisseau} de masse m assimilé à son centre de masse noté M
référentiel lunaire supposé galiléen

6. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par la Lune sur le vaisseau Apollo 11 en fonction des données et du vecteur unitaire $\vec{n}$.

$$\vec{F} = G\frac{m\,M_L}{(R_L + h_L)^2}\vec{n}$$

7. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L dans le référentiel lunaire supposé galiléen.

D'après la 2e loi de Newton,

$$\sum\vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{F} = m \times \vec{a}(t)$$

$$G\frac{m\,M_L}{(R_L + h_L)^2}\vec{n} = m \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}(t) = G\frac{M_L}{(R_L + h_L)^2}\vec{n}$$

Donc

$$\vec{a}(t)\left(a_n(t) = G\frac{M_L}{(R_L + h_L)^2}\right)$$

8. Montrer que la norme de la vitesse *v* du vaisseau Apollo 11 à l'altitude h_L a pour expression $v = \sqrt{\frac{G\,M_L}{R_L+h_L}}$

Dans le repère de Frenet (M, $\vec{n}$, $\vec{t}$), les coordonnées du vecteur accélération sont :

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_t(t) = \dfrac{dv}{dt}(t) \\ a_n(t) = \dfrac{v^2}{R_L + h_L} \end{pmatrix}$$

Par identification, on peut écrire l'égalité

$$\frac{v^2}{R_L + h_L} = G\frac{M_L}{(R_L + h_L)^2}$$

$$v^2 = G\frac{M_L}{R_L + h_L}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_L}{R_L + h_L}}$$

9. Calculer la valeur de la période de révolution *T* du vaisseau Apollo 11.

D'après la réponse précédente, on en déduit que la vitesse du vaisseau est constante. On peut donc écrire que :

$$v = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{T}$$

$$T = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{v} = \frac{2\pi(R_L + h_L)}{\sqrt{\dfrac{G\,M_L}{R_L + h_L}}} = 2\pi(R_L + h_L)\sqrt{\frac{R_L + h_L}{G\,M_L}} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_L + h_L)^3}{G\,M_L}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(1{,}73 \times 10^6\ m + 110 \times 10^3\ m)^3}{6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}\ \times 7{,}34 \times 10^{22}\ kg}} = 7{,}09 \times 10^3\ \mathrm{s} = 1{,}97\ \mathrm{h}$$

La période du vaisseau Apollo 11 autour de la Lune est égale à 1,97 h

Exercice 2 : L'encre et son effaceur (6,5 points)

1. Attribuer les bandes caractéristiques du spectre infrarouge de la solution analysée aux liaisons du bleu d'aniline.
On observe une bande large et moyenne entre 3100 et 3500 cm^{-1} ainsi qu'une bande fine et intense vers 1590 cm^{-1} ce qui montre bien la présence de liaisons N-H dans la molécule de bleu d'aniline (voir figure 1)

2. Justifier la couleur de la solution S_{encre}.
Le maximum d'absorbance de la solution d'encre se trouve pour la longueur d'onde λ_{max} = 590 nm. Elle absorbe donc principalement les radiations jaune-orange. La couleur perçue correspond à la couleur complémentaire, c'est-à-dire le bleu ou bleu-cyan.

3. Nommer la verrerie nécessaire pour réaliser la solution fille S_2, en précisant les volumes.
Pour préparer la solution S_2, il faut une pipette jaugée de 20 mL et une fiole jaugée de 100 mL conformément aux indications du tableau.

4. Déterminer la valeur de la concentration en quantité de matière de la solution fille S_2 manquante dans le tableau de valeurs.

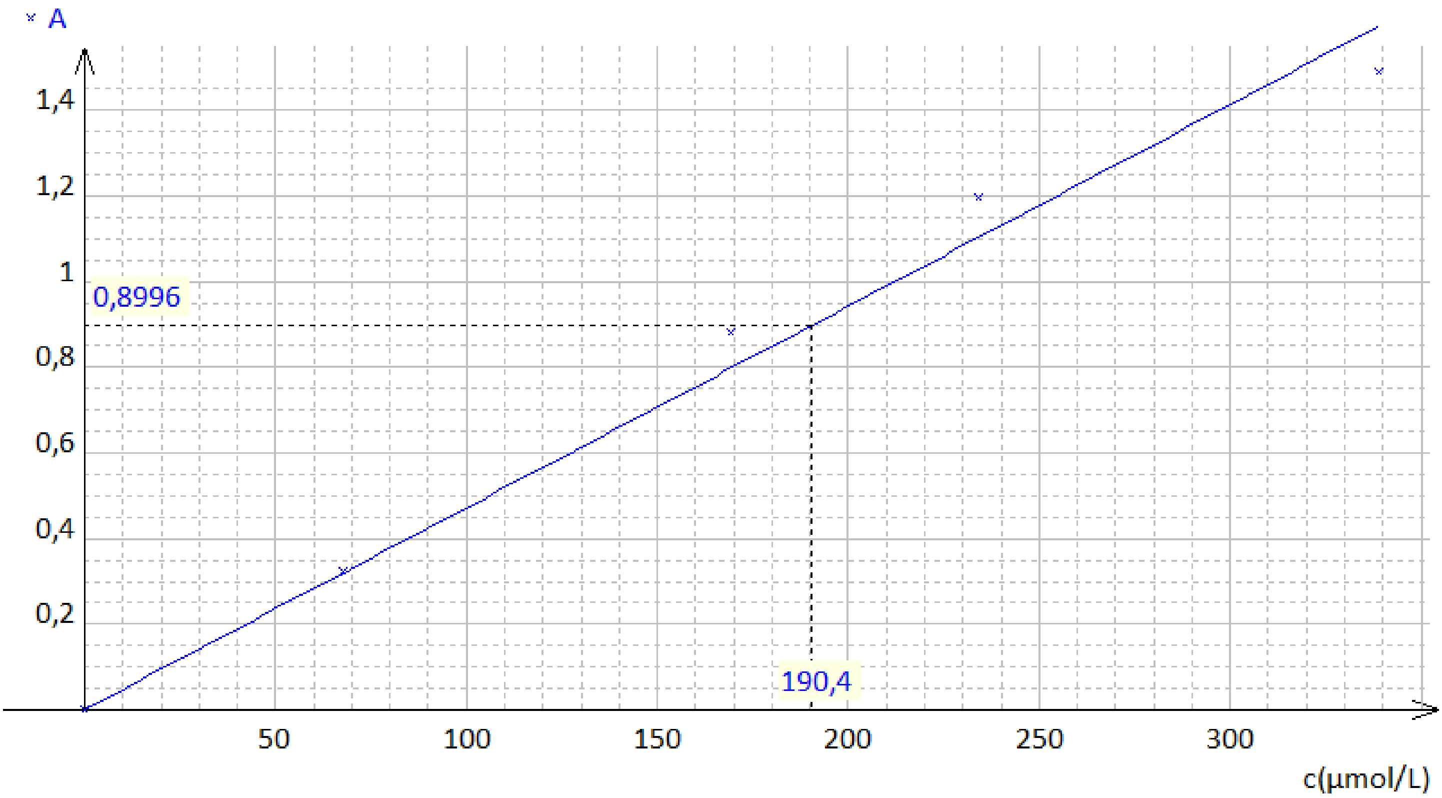
Lors d'une dilution, la quantité de matière du soluté se conserve

$$n_0(\text{bleu d'aniline}) = n_2(\text{bleu d'aniline})$$
$$c_0(\text{bleu d'aniline}) \times V_0 = c_2(\text{bleu d'aniline}) \times V_2$$
$$c_2(\text{bleu d'aniline}) = \frac{c_0(\text{bleu d'aniline}) \times V_0}{V_2} = \frac{6{,}78 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1} \times 20{,}0\ mL}{100{,}0\ \text{mL}} = 1{,}36 \times 10^{-4}\ \text{mol.L}^{-1}$$

5. Déterminer la masse de bleu d'aniline contenue dans une cartouche d'encre.

D'après la loi de Berr-Lambert, l'absorbance est proportionnelle à la concentration de l'espèce chimique colorée donc A = k×c

On peut donc modéliser le nuage de points par une fonction linéaire.



Par lecture graphique, on trouve que la concentration en bleu d'aniline de la solution S_{encre} est égale à c = 190 µmol.L^{-1}.

$$m(\text{bleu d'aniline}) = n(\text{bleu d'aniline}) \times M(\text{bleu d'aniline})$$
$$\begin{aligned} m(\text{bleu d'aniline}) &= c \times V_{S_{encre}} \times M(\text{bleu d'aniline}) \\ &= 190 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1} \times 200{,}0 \times 10^{-3}\ L \times 737{,}7\ g.mol^{-1} \\ &= 0{,}0295\ \text{g} \\ &= 29{,}5\ \text{mg} \end{aligned}$$

Il y a 29,5 mg de bleu d'aniline dans une cartouche d'encre.