Exercice 1 : ETUDE D'UN DETECTEUR DE FUMEES (10 POINTS)

1. Détecteur optique de fumées

1.1. $E = h.\nu = h.\dfrac{c}{\lambda}$ soit $\lambda = h.\dfrac{c}{E}$

$\lambda = 6{,}63 \times 10^{-34} \times \dfrac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}4 \times 1{,}6 \times 10^{-19}}$ = $8{,}9\times10^{-7}$ m

$8{,}9\times10^{2}$ nm > 800 nm ce qui correspond à un rayonnement infrarouge.

1.2. Dans le cas des ondes électromagnétiques, le phénomène de **diffraction** de la lumière peut se produire lorsqu'elle rencontre des obstacles de taille allant jusqu'à a = 100. λ.
La longueur d'onde du rayonnement émis par la DEL vaut λ = $8{,}9\times10^{2}$ nm = 0,89 µm.
Ainsi il y a diffraction pour des particules de taille allant jusqu'à 89 µm.
Ce qui est le cas avec les particules de fumée dont la taille est comprise entre 0,1 µm et 100 µm.

1.3. La figure 1 montre que la DEL émettrice n'est pas placée face au récepteur photosensible. De plus les parois de la cavité absorbent le rayonnement IR. Seule la présence de fumées en diffractant la lumière vers le récepteur permet de déclencher l'alarme.

2. Détecteur ionique de fumées

2.1. Poids de la particule α :

$P = m_\alpha \,.\, g = 6{,}64\times10^{-27} \times 9{,}81 = 6{,}51\times10^{-26}$ N

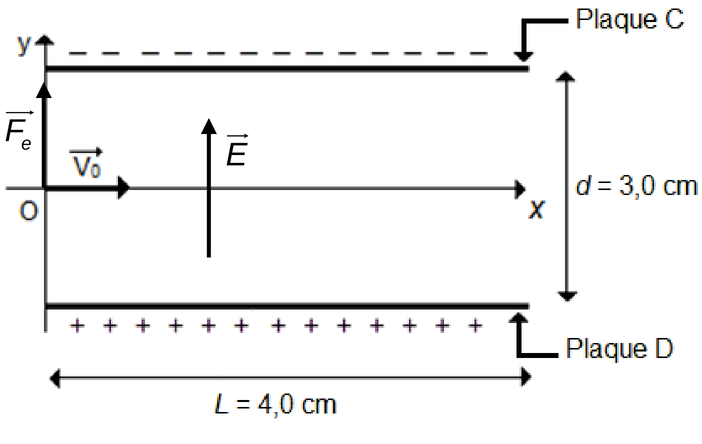
Force électrostatique : $F_e = q_\alpha.E = 2e.\dfrac{U}{d}$

$$F_e = 2 \times 1{,}6\times10^{-19} \times \frac{9{,}0}{3{,}0\times10^{-2}} = 9{,}6\times10^{-17}\ \text{N}$$

On vérifie que la force électrique est très largement supérieure à la force poids.

2.2. Dans un condensateur plan, le champ électrique $\vec{E}$ a une direction perpendiculaire aux plaques, et un sens orienté vers la plaque chargée négativement.
Pour la force électrostatique, comme $\vec{F_e} = 2.e.\vec{E}$, elle possède les mêmes sens et direction que $\vec{E}$.

Remarque : $\vec{E}$ et $\vec{F_e}$ sont représentés sans soucis d'échelle, et chaque vecteur possède sa propre échelle.



2.3. On applique la **deuxième loi de Newton** au système {particule α}, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

$$\vec{F_e} = q \times \vec{E} = m_\alpha \times \vec{a}(t)$$

$$2 \times e \times \vec{E} = m_\alpha \times \vec{a}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{2 \times e \times \vec{E}}{m_\alpha}$$

Le vecteur accélération a même sens et même direction que le vecteur champ $\vec{E}$.

Par projection suivant les axes du repère, on obtient

$$\vec{a}(t)\ \left|\ \begin{array}{l} a_x = \dfrac{q}{m} \times E_x = 0 \\ a_y = \dfrac{2.e}{m_\alpha}.E_y = \dfrac{2.e.E}{m_\alpha} = \dfrac{2.e.U}{m_\alpha.d} \end{array}\right.$$

2.4. Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, en prenant la primitive, on obtient $\overrightarrow{v(t)}$ $\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = \frac{2.e.U}{m_\propto.d}.t + C_2 \end{cases}$

où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

À t = 0, $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$, on en déduit que $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$.

Donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{2.e.U}{m_\alpha.d}.t \end{cases}$

Soit G le centre d'inertie de la particule α, $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0.t + C_3 \\ y = \frac{2.e.U}{2.m_\alpha.d}.t^2 + C_4 \end{cases}$

À t = 0, le point G est confondu avec l'origine du repère $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, on en déduit que $C_3 = C_4 = 0$.

Ainsi $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = v_0.t & (1) \\ y = \frac{e.U}{m_\alpha.d}.t^2 & (2) \end{cases}$

2.5. D'après l'équation horaire (1), $t = \frac{x}{v_0}$.

On remplace *t* par cette expression dans l'équation horaire (2) :

$$y(x) = \frac{e.U}{m_\propto.d} \times x^2$$

2.6.a. Avec $x = L$, on a $y_L = \frac{e.U}{m_\alpha.d}.\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$.

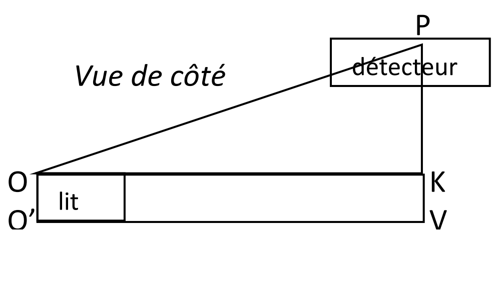
$y_L = \frac{1,6\times10^{-19}\times9,00}{6,64\times10^{-27}\times3,0\times10^{-2}}.\left(\frac{4,0\times10^{-2}}{1,6\times10^{7}}\right)^2 = 4,5\times10^{-8}$ m

2.6.b. La valeur de y_L est très proche de zéro, ainsi la particule n'a quasiment pas été déviée. On peut considérer que sa trajectoire est une droite et donc que le mouvement est rectiligne.

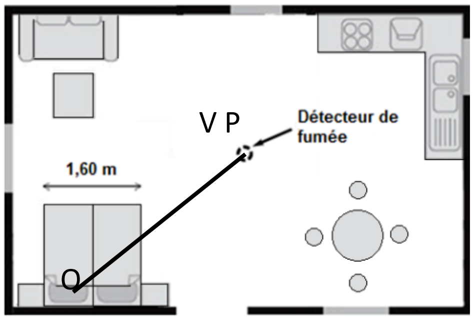
2.7. $E_C = \frac{1}{2}.m_\alpha.v_0^2$

$E_C = \frac{1}{2}\times6,64\times10^{-27}\times(1,6\times10^{7})^2 = 8,5\times10^{-13}$ J, on convertit en électron-volt en divisant par $1,6\times10^{-19}$,
ainsi $E_C = 5,3\times10^{6}$ eV = 5,3 MeV >> 12 eV.
Cette énergie cinétique est largement supérieure à l'énergie nécessaire pour ioniser les molécules de dioxygène.

3. Niveau d'intensité sonore du détecteur de fumées
Il faut déterminer si le niveau d'intensité sonore est **supérieur à 75 dB** pour la personne située dans son lit.
Déterminons la distance entre le détecteur et la personne.
Le détecteur est placé au plafond en un point P.
Le dormeur est situé en O, à 0,50 m au-dessus du sol.
Valeur choisie arbitrairement
Le point V est à la verticale du détecteur.



On mesure, sur la figure 4, la distance VO', en tenant compte de l'échelle.



2,6 cm → 1,60 m
6,0 cm → VO' m

$$VO' = \frac{1{,}60 \times 6{,}0}{2{,}6} = 3{,}7 \text{ m}$$

On cherche la distance PO qui sépare le dormeur du détecteur :
Dans le triangle POK, rectangle en K, le théorème de Pythagore donne $PO^2 = KO^2 + KP^2$

Soit $PO = \sqrt{KO^2 + KP^2}$ avec KO = VO' et KP = PV – OO'

$PO = \sqrt{3{,}7^2 + (2{,}5 - 0{,}5)^2}$ La hauteur sous plafond est de PV = 2,5 m.

PO = 4,2 m

Calculons le niveau d'intensité sonore à cette distance de l'émetteur, sachant qu'à la distance d_1 = 3 m on a L_1 = 85 dB.

$L_2 = L_1 + 20 \log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)$ avec d_2 = PO

$L_2 = 85 + 20 \log\left(\frac{3}{4{,}2}\right)$ = 82 dB > 75 dB

Le détecteur est bien placé.

Remarque : on pouvait simplifier la résolution en faisant dormir la personne au niveau du sol.

Exercice 2 : « L'AMMONIAQUE », UN PRODUIT MÉNAGER COURANT

Étude préliminaire : étude du couple ion ammonium / ammoniac.

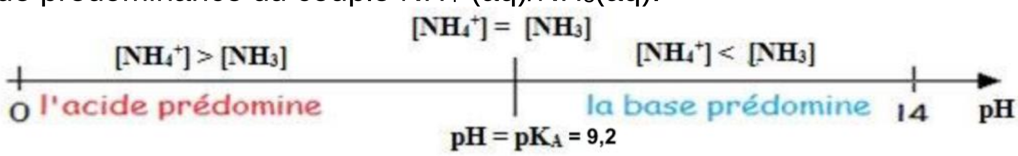
1. L'ammoniac est suceptible de gagner un ion hydrogène H^+, c'est une base.

2. $NH_3(aq) + H_2O\ (l) \rightleftarrows NH_4^+(aq) + HO^-(aq)$.

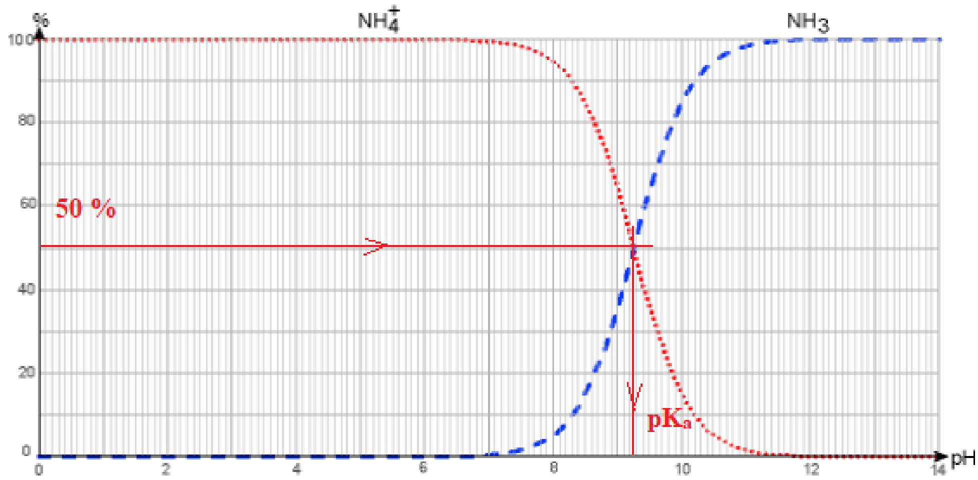
3. $K_a = 10^{-pKa} = 10^{-9,2} = 6{,}3 \times 10^{-10}$.

$$K_a = \frac{[NH_3(aq)] \times [H_3O^+(aq)]}{[NH_4^+(aq)]}$$

4. Diagramme de prédominance du couple $NH_4^+(aq)/NH_3(aq)$.



5.



A pH = pK_a, [NH_4^+(aq)] = [NH_3(aq)] donc à l'intersection des 2 courbes sur le diagramme de distribution on retrouve pK_a = 9,2

Concentration attendue en ammoniac dans la solution commerciale.

6. Masse d'un litre : $m(solution) = d \times \rho(eau) = 0{,}97 \times 1000 = 0{,}97$ kg = 970 g.

Masse d'ammoniac : $m(NH_3) = m(solution) \times w(NH_3)$ avec w titre massique

$$m(NH_3) = 970 \times 0{,}13 = 126{,}1g$$

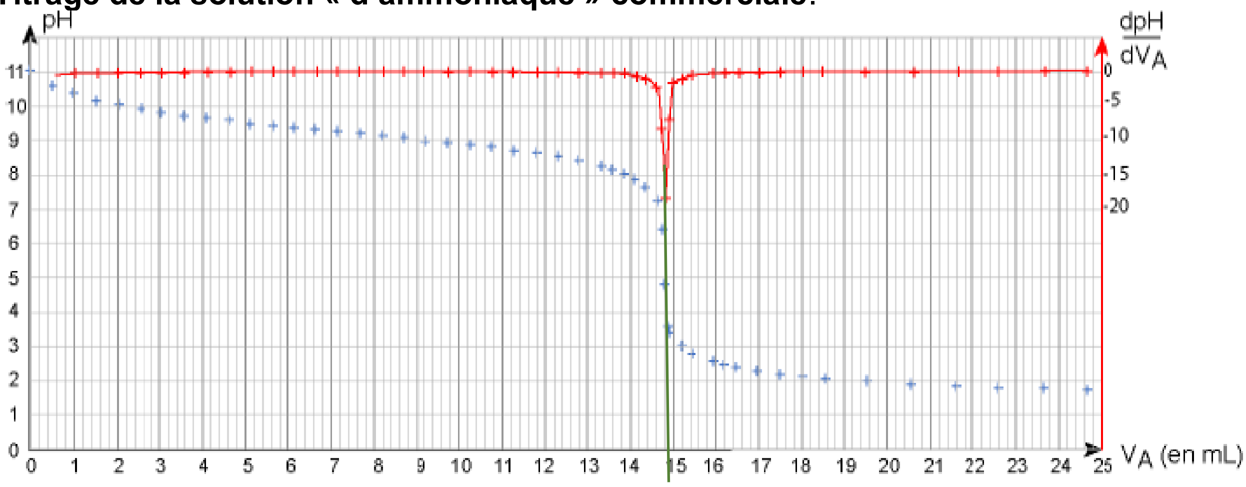
Concentration : $[\mathrm{NH_3(aq)}] = \frac{n(\mathrm{NH_3})}{V} = \frac{m(\mathrm{NH_3})}{M(\mathrm{NH_3}) \times V} = \frac{126{,}1}{17{,}0 \times 1} = 7{,}4\ mol.L^{-1}$

OU

$$[\mathrm{NH_3(aq)}] = \frac{n(\mathrm{NH_3})}{V} = \frac{m(\mathrm{NH_3}) \times \rho(solution)}{M(\mathrm{NH_3}) \times m(solution)} = \frac{w(\mathrm{NH_3}) \times \rho(solution)}{M(\mathrm{NH_3})}$$

$$[\mathrm{NH_3(aq)}] = \frac{0{,}13 \times 0{,}97}{17} = 7{,}4 mol.L^{-1}$$

Titrage de la solution « d'ammoniaque » commerciale.



V_E = 14,8 mL

7. D'après la courbe, on peut lire que le pH initial est de 11.

Au début, à pH supérieur à pK_a, NH_3(aq) prédomine.
A la fin, à pH inférieur à pK_a, NH_4^+(aq) prédomine.

NH_3, présent dans le bécher au début, capte un ion hydrogène fournit par l'ion H_3O^+ versé. NH_3 se transforme alors en NH_4^+ et H_3O^+ en H_2O. On a donc l'équation :
$NH_3(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow NH_4^+(aq) + H_2O(\ell)$

8. A l'équivalence, les quantités de matière des réactifs sont en proportions stoechiométriques. Avant l'équivalence, $NH_3(aq)$ est en excès, après l'équivalence $H_3O^+(aq)$ ajouté est en excès.

D'après le graphe et la dérivée : V_E = 14,8 mL.

9. A l'équivalence, d'après l'équation de la réaction, on a : $n_d = n_{A,éq}$

$$C_d \times V_d = C_A \times V_{éq}$$

$$C_d = \frac{C_A \times V_{éq}}{V_d} = 5{,}00 \times 10^{-2} \times \frac{14{,}8}{10{,}0} = 7{,}40 \times 10^{-2}\ mol\ /\ L.$$

10.

$$\frac{u(C)}{C} = \frac{u(C_d)}{C_d} = \sqrt{\left(\frac{0{,}2}{14{,}8}\right)^2 + \left(\frac{0{,}2}{10}\right)^2 + \left(\frac{0{,}02}{5}\right)^2} = 2{,}4 \times 10^{-4}$$

La solution S_d a été préparée en diluant 100 fois la solution S donc $C = 100 \times C_d$

$$u(C) = 100 \times C_d \times 2{,}4 \times 10^{-4} = 0{,}18\ mol\ /\ L$$

La concentration en ammoniac de la solution S_0 est de $7{,}4\ mol\ /\ L$ avec une incertitude type $u(C) = 0{,}2\ mol\ /\ L$

11.

$$\frac{|C_{ref} - C|}{u(C)} = \frac{|7{,}4 - 7{,}4|}{0{,}2} = 0$$

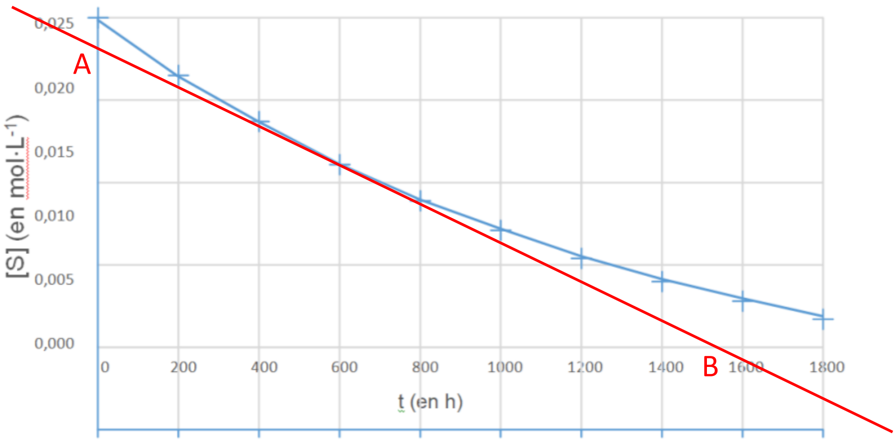
La concentration déterminée expérimentalement est donc cohérente avec l'indication de l'étiquette.

Exercice 3 : EVOLUTION DU SUCRE DANS UNE BOISSON GAZEUSE

1. Pour un soda, la DDM est généralement de 3 mois, soit 3 x 30 x 24 = 6480 heures. Or l'étude est limitée à 1800 heures.

2. la vitesse volumique de disparition d'un réactif correspond à l'évolution de la concentration du réactif par unité de temps : $v = -\frac{d[S]}{dt}$

3. La valeur de la vitesse volumique de disparition du saccharose à un instant t correspond à la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente à la courbe à une date donnée.



Pour t = 600 h :

Calculons la pente de la tangente à partir des points A et B :

$$pente = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$pente = \frac{0 - 0{,}0235}{1545 - 0}$$

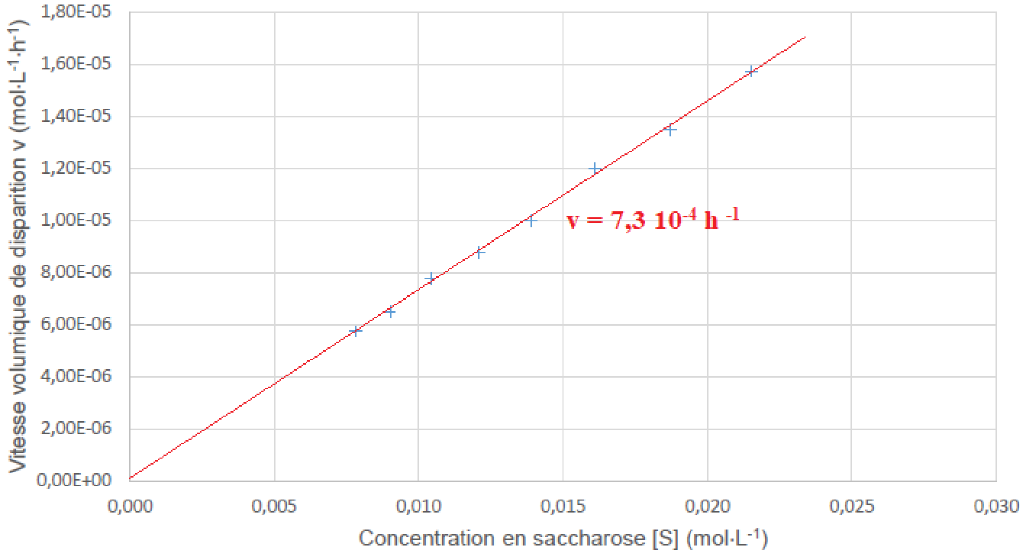
$$pente = -1{,}52 \times 10^{-5}$$

$$v = -pente$$

$$v = 1{,}52 \times 10^{-5} mol.L^{-1}.h^{-1}$$

4. Dans le cas d'une loi de vitesse d'ordre 1, la vitesse volumique de disparition v du saccharose vérifie la relation :

$$v = -\frac{d[S]}{dt} = k \times [S]$$



5. Le graphe ci-dessus est une droite passant par l'origine.
La vitesse volumique v de disparition du saccharose est donc proportionnelle à la concentration en saccharose [S]. En accord avec $v = k \times [S]$.

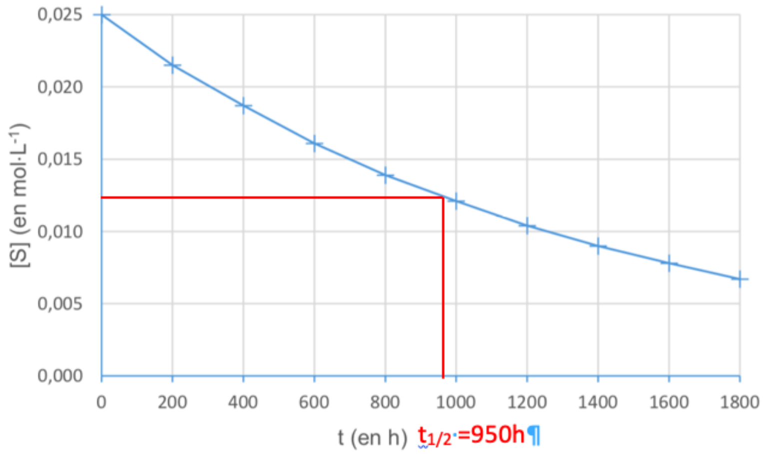
6. On détermine graphiquement le coefficient directeur k de la droite.

$$k = \frac{1{,}45 \times 10^{-5} - 0}{0{,}020 - 0} = 7{,}3 \times 10^{-4}\ h^{-1}$$

Le coefficient k a donc une valeur de l'ordre de $7{,}4 \times 10^{-4}\ h^{-1}$

7. Le temps de demi-réaction est le temps au bout duquel la moitié du réactif limitant a été consommé.
OU
Le temps de demi-réaction est le temps au bout duquel l'avancement a atteint la moitié de sa valeur finale

9. Dans le cas présent, le saccharose est le réactif limitant. Donc à $t_{1/2}$ la concentration du saccharose est égale à la moitié de la valeur initiale.



10. Δt = 3 mois ≈ 90 x 24 = 2160 h.

$$[S]_{2160} = [S]_0 \cdot e^{-kt} = 0{,}025 \cdot e^{-(7{,}3\,\mathrm{x}10^{-4}\ \mathrm{x}\ 2160)} = 5{,}2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$\% = \frac{[S]_{2160}}{[S]_0} = \frac{5{,}2 \times 10^{-3}}{0{,}025} = 21\%$$